

# 抵抗線ひずみゲージによるはりのひずみの測定とたわみの測定

担当者：渋谷唯司

実験場所：高精度加工研究実験室

## 1. まえがき

私たちの周囲にある自動車や飛行機、橋や建物などの機械や構造物は、それぞれの使用状態に耐えるような材料や構造で作られている。製作された機械や構造物が設計どおりの状態で動作しているかどうかを確認する手段として、抵抗線ひずみゲージ（以下では、ひずみゲージという）によるひずみ測定法が用いられている。本実験では、ひずみゲージを取り付けたはりが曲げ荷重を受けるときの応力の分布を測定するとともに、はりが曲げ荷重を受けるときのたわみを測定する実験を行う。

- 1) 梁（はり）に曲げ荷重をかけたときの応力分布の測定
- 2) 荷重の大きさ、はりの材料、はりの断面の違いが変位に及ぼす影響の評価実験

## 2. 梁（はり）に曲げ荷重をかけたときの応力分布の測定

### 2.1 実験目的

本章では、実験によりはりに荷重が作用するときのひずみについて以下の点を確認する。

- ①ひずみゲージを用いて梁のひずみを測定する方法はどのような方法か？
- ②両端支持された梁に荷重をかけたときの梁の応力分布はどうなるか？
- ③材料力学で求められる応力分布と比較して、食い違いはどのくらいか？

### 2. 2 解説

#### 2.2.1 ひずみゲージによるひずみ測定の原理

図 2-1 のような、長さ  $l$ 、直径  $d$  の金属細線があり、その電気抵抗を  $R$  とする。電気抵抗は、長さが長いほど、直径が小さいほど大きくなるが、この金属細線に一樣な引張ひずみが加わると、長さが  $\Delta l$  長く、直径が  $\Delta d$  小さくなって、金属細線の電気抵抗は大きくなる。この抵抗変化を  $\Delta R$ 、金属細線に加わるひずみ  $\varepsilon$  との関係は(2-1)式になる。

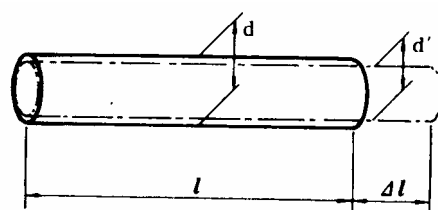


図 2-1 細線のひずみ

$$\frac{\Delta R}{R} = K\varepsilon \quad (2-1)$$

ここで  $K$  はひずみ感度と呼ばれ、 $K$  が一定値であれば、ひずみと抵抗変化は比例関係になる。したがって、一般にひずみ感度  $K$  が一定であるような銅とニッケルの合金が使われ、その  $K$  の値はほぼ 2 である。ゲージとして使用するときのひずみ感度係数をゲージ率 (gage factor) という。ゲージ率は、ひずみゲージ毎に計測され、製品

には記載されている。

### 2.2.2 ひずみゲージの構造と種類

一般に使われるひずみゲージは図 2-2 のように箔ゲージまたは線ゲージである。電気絶縁物（ベース）の上に金属抵抗材（金属箔）が接着され、その抵抗材にリード線（ゲージリード）が取り付けられている。抵抗材の蛇行している部分は特に細くなっており、この部分でひずみを測定することになる。ひずみ測定方向はこの蛇行した部分の長手方向で、その長手方向の長さが標点距離（ゲージ長）になる。ひずみゲージには各種の仕様のものがあり、使用する目的や条件によって適切な物を選ぶ必要がある。

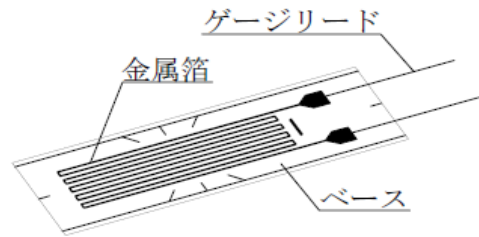


図 2-2 ひずみゲージ

### 2.3.3 ホイートストン・ブリッジ回路

ひずみゲージがひずみを受けたときに生じる抵抗変化は微小であるため、増幅する必要がある。その増幅回路として一般に図 2-3 に示すようなホイートストン・ブリッジを用いる。ホイートストン・ブリッジ回路は図 2-3 に示すように  $R_1 \sim R_4$  の 4 つの抵抗を四角形に組み、対角の 2 点間の入力側に一定電圧のブリッジ電圧  $E$  を入力し、他の 2 点間の電圧  $e$  を出力とする。

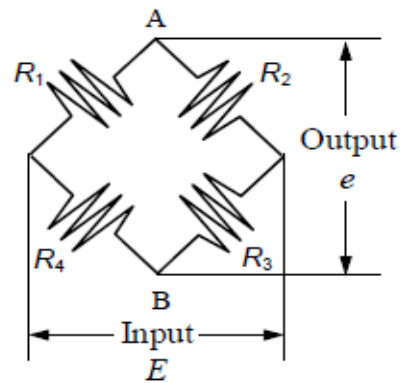


図 2-3 ホイートストン・ブリッジ

ホイートストン・ブリッジ回路の抵抗値が

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (2-2)$$

の条件を満足するとき、出力電圧  $e$  はブリッジ電圧に関係なく

$$e = 0 \quad (2-3)$$

となる。このときブリッジは平衡状態（バランス状態）にあるという。

式 (2-2) の関係にあるとき、ひずみによる出力電圧変化  $\Delta e$  は

$$\Delta e = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} E \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right] \quad (2-4)$$

となる。ただし、 $\Delta R_1 \sim \Delta R_4$  はそれぞれ  $R_1 \sim R_4$  の抵抗変化である。

いま、 $R_1$  に位置にひずみゲージを、そのほかの  $R_2$  から  $R_4$  には、ひずみゲージと同じ抵抗値を持つ固定抵抗を使用した場合、 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  となり、式 (2-2) を満足していることから、出力電圧変化  $\Delta e$  は式 (2-4) に  $\Delta R_2 = \Delta R_3 = \Delta R_4 = 0$  を代入して、

$$\Delta e = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} E \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{E}{4} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (2-5)$$

となり、式 (2-1) より、

$$\Delta e = \frac{E}{4} \cdot K \varepsilon \quad (2-6)$$

となる。したがって、式 (2-6) よりひずみゲージに受けるひずみは出力電圧と比例関係にある。

基本的にはブリッジは4つの抵抗から成り立っているが、実際にひずみゲージが使用される場合には目的によって、 $R_1$ のみがひずみゲージの場合（1ゲージ法）、 $R_1$ と $R_2$ （または $R_3$ ）がひずみゲージの場合（2ゲージ法）、4辺すべてにひずみゲージが挿入される場合（4ゲージ法）がある。ブリッジの組み方によって、温度補償、不要な成分の除去（たとえば1軸の引張試験における曲げひずみの消去）、出力の増大などを図ることができる。

#### 2.2.4 測定ひずみからの主応力算出方法

一般的に、物体表面の主応力を求めるためには、3枚のゲージを組み合わせて測定する必要があり、この目的のために作られたゲージをロゼットゲージ(図 2-5)といい、その測定結果から主応力を求めることをロゼット解析という。

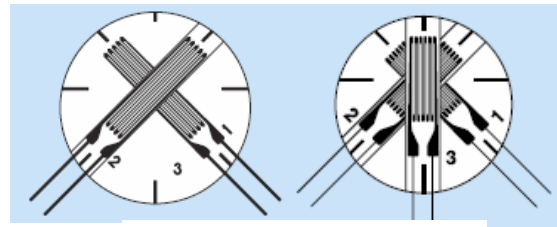


図 2-5 ロゼットゲージ

梁に単純な曲げ荷重をかけた場合には、主応力の方向は梁の長さ方向とそれに直交する方向となることが分かっている。このような場合には、直交する2枚のゲージを主応力の方向に合わせて貼れば2方向ゲージでも主ひずみ $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ が測定できる。ヤング率を $E$ 、ポアソン比を $\nu$ とすると、主ひずみ $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ と主応力 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ の間には次の関係式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

したがって、次式から主応力を求めることができる。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2) \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1) \end{aligned} \quad (2-8)$$

#### 2.2.5 両端支持梁に集中荷重がかかる場合の曲げモーメントと応力

図 2-5 のように両端支持梁に集中荷重がかかる場合の曲げモーメントは、次式で示される（「はじめての材料力学」p. 75 参照）。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x \leq a \text{ のとき} \\ M_x = \frac{P(\ell - a)}{\ell} x \\ a \leq x \leq \ell \text{ のとき} \\ M_x = Pa \left( 1 - \frac{x}{\ell} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

また、曲げモーメントの値と、その断面で梁に生じる最大の応力との関係は、矩形断面梁（幅  $b$ 、高さ  $h$ ）の場合、次式で表される。

（「はじめての材料力学」p. 88 以降参照）。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \frac{M_x}{I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_x}{Z} \\ I = \frac{1}{12}bh^3 \quad Z = \frac{1}{6}bh^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

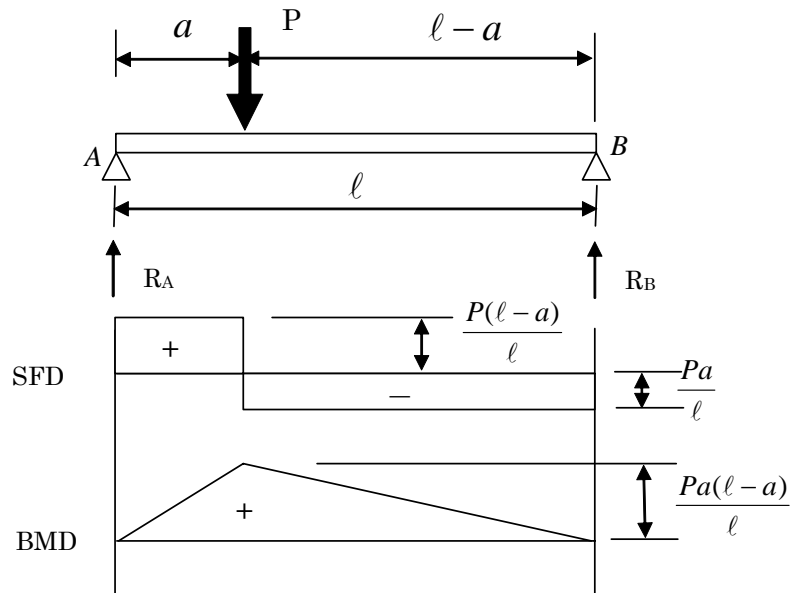


図 2-5 中央集中荷重を受ける両端支持はりのせん断力と曲げモーメントの分布

ここで、

$I$  : 断面 2 次モーメント

$Z$  : 断面係数

## 2. 3 実験装置（図 2-6）

- 1) 試験片 3 種（鋼、銅、真鍮）
- 3) コ型エッジ
- 5) おもり受け
- 7) スイッチボックス

- 2) 両端支持台
- 4) おもり 1 個 200g 7 個
- 6) ひずみゲージ
- 8) ひずみ測定器

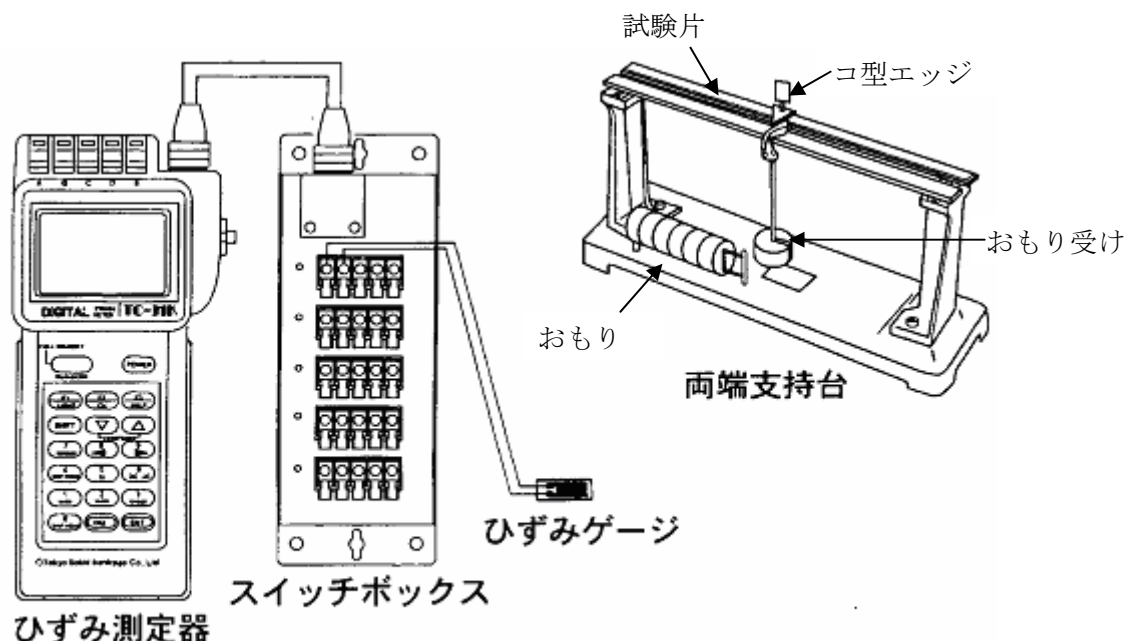


図 2-6 実験装置

## 2. 4 実験方法

### 2. 4. 1 全般

実験で使用する錘の質量は2種類、錘を載せる位置は1箇所である。錘の質量と載せる位は実験を行う学生ごとに変えている。詳しい数値は、実験の際に知らせる。

実験で計測したデータと、計測したデータから計算を行って求めるデータは、すべて記録用紙に記載できるようになっている。報告書を提出する際には、記録用紙もあわせて提出すること。データを紛失した場合には、再度実験を行ってデータを計測することになるので、記録用紙は紛失しないように注意すること。

以下の実験では、両端支持台、2方向ひずみゲージを貼付した鋼、銅、黄銅の試験片、鋼尺（ものさし）、ノギス、スイッチボックス、ひずみ測定器、ドライバ（ねじ回し）を使用する。機材は3組用意してあるので、計測を行う際には、2～3名でチームを組んで、実験担当者が計測を行い、それ以外の人が記録をするなど工夫をして、実験が円滑に行われるようにすること。

1) 記録シートに学籍番号、氏名を記入する。

2) 各自の計測条件（錘の質量、位置）を記入する。

3) 自分で使用する試験片の一端（○印）を基点としてゲージ貼付位置の罫書き線までの距離と、両端支持台のエッジ間距離を鋼尺で計測し、試験片寸法の欄に記入する。同じ試験片を使用する場合には、計測は1回行えば良い。

4) 自分で使用する試験片の断面の幅（広いほう）と高さ（狭いほう）をノギスで計測し、試験片寸法の欄に記入する。同じ試験片を使用する場合には、計測は1回行えば良い。

### 2. 4. 2 集中荷重を加えた両端支持はりのひずみをひずみゲージで計測する

1) 必要なおもりを準備する（今回用いるおもりは1個200g）。

2) ひずみゲージとスイッチボックスを表2-1の1ゲージ2線法で結線する。

まず赤（長さ方向）を5ch結線し、7)までの計測を行い、次に白（幅方向）を結線して再計測する。

3) スwitchボックスとひずみ測定器がケーブルで接続されていることを確認する（図2-6）。

4) ひずみ測定器(TC-31K)の設定を行う。

（〈 〉内のページ数は「取扱説明書」を参照）

・電源ON。〈p.13〉

・バッテリー電圧低下のマークが点滅していないか確かめる。〈p.2〉

・マルチチャンネルモードに設定。〈p.14〉

・センサモードの確認。すべてのセンサが「S=11 1G120」になっているか。〈p.29〉

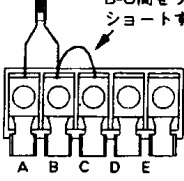
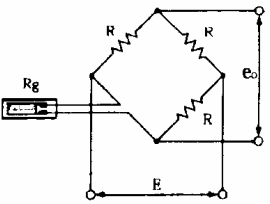
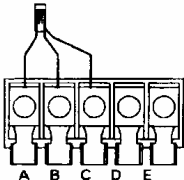
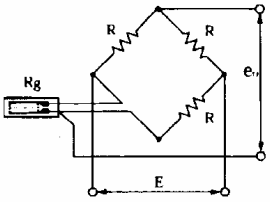
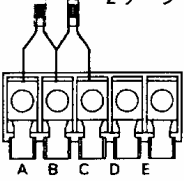
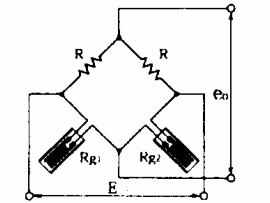
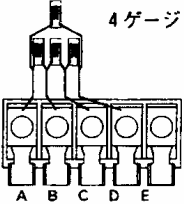
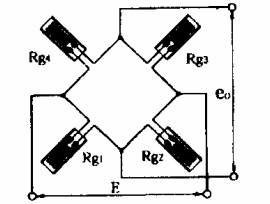
・ディスプレイフォーム（係数、小数点、単位）の設定。〈p.19, 30〉

・係数を求めるために必要なゲージ率は、個々のひずみゲージのデータを使用する。

・ひずみゲージ、スイッチボックスとの接続を完了した後で、試験片を両端支持台の上に載せ、所定の位置にコ形エッジとおもり受けを載せたあとで、その状態のひずみを原点とする（ゼロとする）ためにイニシャルインを行う。〈p.33〉

- ・スキャニング測定を行い、ひずみがほぼゼロであることを確認する。〈p. 37〉
- 5) コ形エッジに所定のおもりを取り付けた後、試験片に静かにつり下げる。  
(おもりをつり下げる位置は、班ごとに指定する。)
- 7) スキャニング測定を行い、ひずみ測定器の出力を読み、記録シートに記録する。

表 2-1 ひずみゲージとスイッチボックスの結線方法

測定法	センサモード	結線図	図 略
1 ゲージ 2 線法	1 1 : 1 GAGE 1 2 0 $\Omega$ 1 2 : 1 GAGE 2 4 0 $\Omega$ 1 3 : 1 GAGE 3 5 0 $\Omega$ センサモード センサモード番号	1 ゲージ : 120、240、350 $\Omega$ B-C間をリード線で ショートすること 	
1 ゲージ 3 線法	1 1 : 1 GAGE 1 2 0 $\Omega$ 1 2 : 1 GAGE 2 4 0 $\Omega$ 1 3 : 1 GAGE 3 5 0 $\Omega$	1 ゲージ : 120、240、350 $\Omega$ 	
2 ゲージ法	1 5 : 2 GAGE (120~1000 $\Omega$ )	2 ゲージ 	
4 ゲージ法	1 6 : 4 GAGE (定電圧 120~1000 $\Omega$ ) 1 7 : C 3 5 0 (定電流 350 $\Omega$ )	4 ゲージ 	

## 2. 5 実験結果の整理と考察

### 2. 5. 1 全体

実験終了後、記録用紙の「計測して記入する」部分が全て記載されていることを確認する。「計算して記入する」部分については、断面係数は(2-10)式、主応力は(2-8)式を使って、曲げモーメントは(2-10)式から曲げモーメントを応力で表す式を導いて、それぞれの式を用いて計算した結果を記録用紙に記入する。6. 材料力学による応力の計算表は、(2-9)式をもとに支点からの距離  $x$  に対する曲げモーメントを計算し、(2-10)式を使って曲げ応力を計算し、それぞれの数値を記録用紙に記入する。なお、グラフの作成のために、Excel を使用するので、記録用紙と同じ様式を Excel で作成し、作

成した表のデータを元にグラフを作成すると便利である。

## 2. 5. 2 集中荷重をうける両端支持はりに生じる応力分布の確認

2種類の質量の錘を荷重として加えたときに、ひずみ計測から求められる応力の分布を、記録用紙5. ひずみの測定値の中の、罫書き線の距離  $x$  に対する錘1、錘2の最大主応力  $\sigma_1$  の値を図 2-7 に示すように表し、応力分布の形状が錘の質量によって異なるかどうかを確認する。また、ひずみ計測から求められる曲げモーメントの分布を、記録用紙5. ひずみの測定値の中の、罫書き線の距離  $x$  に対する錘1、錘2の曲げモーメント  $M_1$  の値を図 2-8 に示すように表し、曲げモーメント分布の形状が錘の質量によって異なるかどうかを確認する。

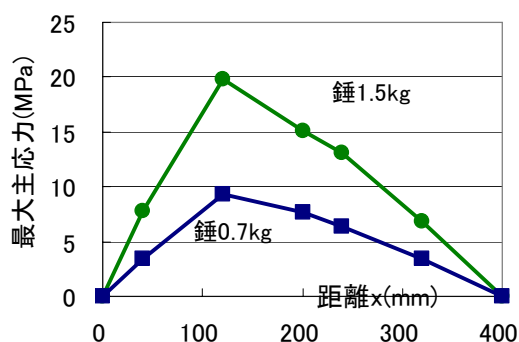


図 2-7 最大主応力の計測値の分布形状

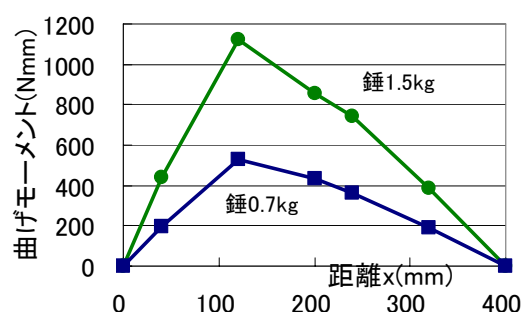


図 2-8 曲げモーメントの計測値の分布形状

## 2. 5. 3 荷重の増加と最大応力の増加の確認

2種類の質量の錘を荷重として加えたときに、ひずみ計測から求められる応力の最大値を、記録用紙5. ひずみの測定値の中の、罫書き線の距離  $x$  に対する錘1、錘2の最大主応力  $\sigma_1$  の最大値を図 2-9 に示すように表し、最大応力値が錘の質量によってどのように変化するかを確認する。

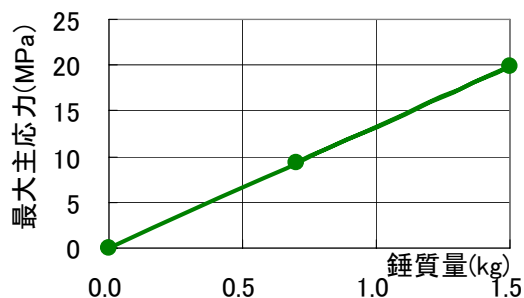


図 2-9 錘質量と最大応力の関係

## 2. 5. 4 材料力学による応力の分布と実験値の比較

錘1を荷重として加えたときに、ひずみ計測から求められる応力の分布と、材料力学による応力の計算結果を、記録用紙5. ひずみの測定値の中の、罫書き線の距離  $x$  に対する錘1の最大主応力  $\sigma_1$  の値と、記録用紙6. 材料力学による応力の計算表の中の、罫書き線の距離  $x$  に対する錘1の最大主応力  $\sigma_1$  の値を図 2-10 に示すように表し、計測された応力分布の形状と、材料力学から求められる応力分布の形状がどのように異なるのかを確認する。

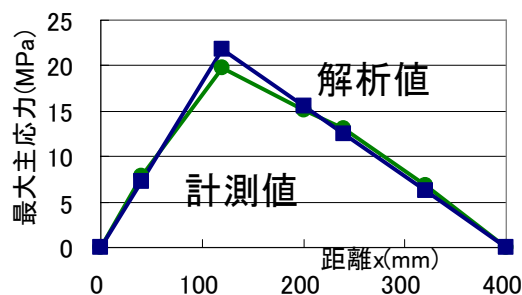


図 2-10 最大主応力の計測値と解析値の分布形状

### 3. 荷重の大きさ、はりの材料、はりの断面の違いがたわみに及ぼす影響の評価実験

#### 3. 1 実験目的

2章では、実験によりはりに荷重が作用するとき、はりの表面にひずみが生じることを確認することができた。

3章では、実験によりはりに荷重が作用するときのたわみについて以下の点を確認する。

- ① たわみの分布形状がひずみの分布形状と同じか、異なるのか？
- ② 荷重を増やしたときにたわみはどのように増えるのか？
- ③ はりの材料が異なるとき、たわみはどのくらい異なるのか？

同じ断面積のはりの向きを変えたとき、たわみはどのくらい異なるのか？

#### 3. 2 解説

##### 3. 2. 1 はりの曲げ応力を求める式

図3-1で示されるように、曲げモーメント  $M$  が作用するはりの断面で、曲率半径を  $\rho$  とすると、中立軸からの距離  $y_i$  の位置で発生するひずみ  $\varepsilon_i$  は、(3-1)式で表される。(3-1)式から、応力  $\sigma_i$  はひずみ  $\varepsilon_i$  と縦弾性係数  $E$  の積で(3-2)式で表される

曲げモーメントは、はりの断面に働く力（応力  $\times$  面積）と中性軸からの距離の積であらわされる。はりの断面内での応力（ひずみ）の分布は、図3-2で示すように、中性軸でゼロとなる直線で表される。中性軸からの距離  $y_i$  での面積  $a_i$  とその位置での応力  $\sigma_i$  で、断面に作用する曲げモーメント  $M$  を表すと(3-3)式となる。断面2次モーメント  $I$  を(3-4)式で定義すると、(3-3)式から中立軸からの距離  $y$  の位置で生じる曲げ応力  $\sigma$  は、断面に作用する曲げモーメント  $M$  と断面2次モーメント  $I$  で(3-5)式で表される。

$$\varepsilon_i = \frac{y_i}{\rho} \dots (3-1)$$

$$\sigma_i = \frac{E}{\rho} y_i \dots (3-2)$$

$$M = \sum_{i=1}^n \sigma_i a_i y_i = \frac{E}{\rho} \sum_{i=1}^n a_i y_i^2 = \frac{\sigma}{y} \sum_{i=1}^n a_i y_i^2 \dots (3-3)$$

$$I = \sum_{i=1}^n a_i y_i^2 \dots (3-4)$$

幅  $b$ 、高さ  $h$  の長方形断面の  $I$  は  $I = \frac{bh^3}{12}$  となる

$$\sigma = \frac{M}{I} y \dots (3-5)$$

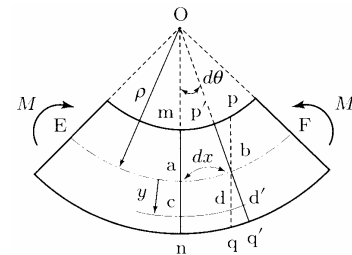


図3-1 はりの曲げ変形

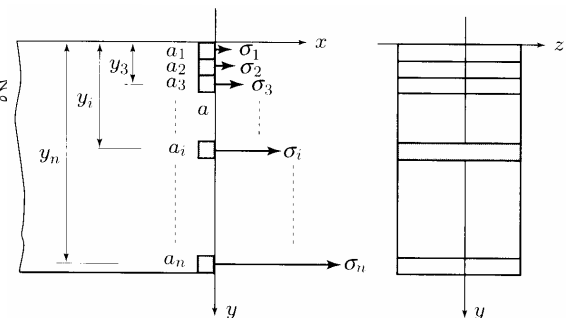


図3-2 はりの曲げ応力、面積と中立軸からの距離



### 3. 2. 2 はりのたわみを求める材料力学の式

曲げモーメント  $M$  が作用するはりの曲率半径  $\rho$  は、はりの材料の縦弾性係数  $E$  とはりの断面 2 次モーメント  $I$  で、(3-3)式から(3-6)式のように表される。図 3-3 は、はりのたわみ曲線を示し、はりの微小部分  $dx$  について考える。座標  $(x,y)$  でのたわみの接線の傾きを  $\theta$ 、 $dx$  の曲率半径を  $\rho$ 、弧の長さを  $ds$ 、弧の中心角を  $d\theta$  とすると、 $ds = \rho d\theta$  から、(3-7)式が成り立つ。弾性変形なので、変形が微小であるとする、(3-8)式が成り立つので、(3-7)式に(3-8)式を代入して、(3-9)式が成り立つ。(3-9)式に(3-6)式を代入すると(3-10)式となる。これは、はりのたわみと曲げモーメントの関係を表す式である。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \dots (3-6)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho} \dots (3-7)$$

$$ds \cong dx, \theta \cong \frac{dy}{dx} \dots (3-8)$$

$$\frac{d\theta}{ds} \cong \frac{d}{dx} \frac{dy}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} \dots (3-9)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \dots (3-10)$$

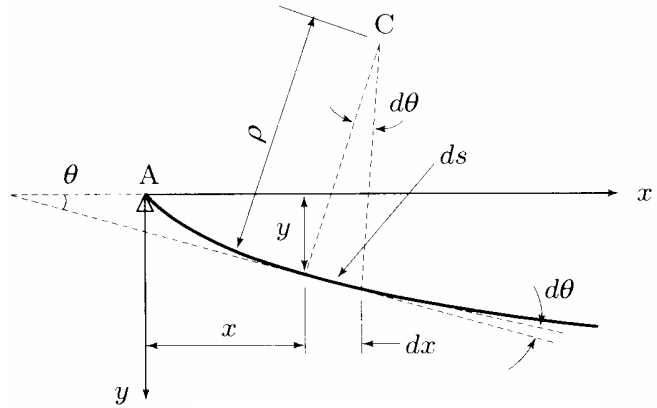


図 3-3 はりのたわみ曲線

### 3. 2. 3 集中荷重を受ける両端支持はりのたわみを求める材料力学の式

図 3-4 に示す、集中荷重を受ける両端支持はりの曲げモーメント分布は、(3-11)式で表される。たわみ  $y$  は、(3-10)式を(3-11)、(3-12)式に示すように、 $x$  について 2 回積分することにより求めることができる。その際に、得られる積分定数は、境界条件を考慮することにより決定される。

$$M = \frac{Pb}{\ell} x \dots (0 \leq x \leq a) \dots (3-11a)$$

$$M = \frac{Pa}{\ell} (\ell - x) \dots (a \leq x \leq \ell) \dots (3-11b)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Pb}{EI\ell} \left( \frac{x^2}{2} \right) + C_1 \dots (0 \leq x \leq a) \dots (3-12a)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Pa}{EI\ell} \left( \ell x - \frac{x^2}{2} \right) + C_2 \dots (a \leq x \leq \ell) \dots (3-12b)$$

$$y = -\frac{Pb}{EI\ell} \left( \frac{x^3}{6} \right) + C_1 x + C_3 \dots (0 \leq x \leq a) \dots (3-13a)$$

$$y = -\frac{Pa}{EI\ell} \left( \frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_2 x + C_4 \dots (a \leq x \leq \ell) \dots (3-13b)$$

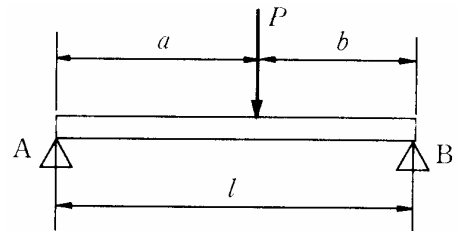


図 3-4 はりの曲げ

ここで用いる境界条件は、両端でたわみがゼロを表す(3-14)式と、荷重点の左右でたわみとたわみの傾斜が等しいことを表す(3-15)式である。これらの式を(3-13)式に代入して、(3-16)式が得られる。(3-16)式から、集中荷重を受ける両端支持はりのたわみは、荷重の大きさ  $P$  に比例し、はりの材料の縦弾性係数に反比例し、はりの断面 2 次モーメント  $I$  に反比例することがわかる。

$$x = 0 \text{ で } y = 0 \cdots (0 \leq x \leq a) \cdots (3-14a)$$

$$x = \ell \text{ で } y = 0 \cdots (a \leq x \leq \ell) \cdots (3-14b)$$

$$x = a \text{ で } y \cdots (0 \leq x \leq a) = y \cdots (a \leq x \leq \ell) \cdots (3-15a)$$

$$x = a \text{ で } \frac{dy}{dx} \cdots (0 \leq x \leq a) = \frac{dy}{dx} \cdots (a \leq x \leq \ell) \cdots (3-15b)$$

$$y = -\frac{Pbx}{6EI\ell} (x^2 + b^2 - \ell^2) \cdots (0 \leq x \leq a) \cdots (3-16a)$$

$$y = -\frac{Pb}{6EI\ell} \left\{ x^3 + (b^2 - \ell^2)x - \frac{\ell}{b}(x-a)^3 \right\} \cdots (a \leq x \leq \ell) \cdots (3-16b)$$

### 3. 3 実験方法

#### 3. 3. 1 全般

実験で使用する錘の質量は 2 種類、錘を載せる位置は 1 箇所である。錘の質量と載せる位置は実験を行う学生ごとに変えている。詳しい数値は、実験の際に知らせる。

実験で計測したデータと、計測したデータから計算を行って求めるデータは、すべて記録用紙に記載できるようになっている。報告書を提出する際には、記録用紙もあわせて提出すること。データを紛失した場合には、再度実験を行ってデータを計測することになるので、記録用紙は紛失しないように注意すること。

以下の実験では、両端支持台、アルミと鋼の細い試験片、鋼尺（ものさし）、ノギス、マグネットベース、ダイヤルゲージを使用する。機材は 3 組用意してあるので、計測を行う際には、2-3 名でチームを組んで、実験担当者が計測を行い、それ以外の人が記録をするなど工夫をして、実験が円滑に行われるようにすること。

1) 記録シートに学籍番号、氏名を記入する。

2) 各自の計測条件（錘の質量、位置）を記入する。

3) アルミと鋼の細い試験片の一端（○印）を基点として罫書き線までの距離を鋼尺で計測し、試験片寸法の欄に記入する。同じ試験片を使用するので、計測はチームで 1 回行えば良いが、その値をチーム全員の記録用紙に記載すること。

4) アルミと鋼の細い試験片の断面の幅（広いほう）と厚さ（狭いほう）をノギスで計測し、試験片寸法の欄に記入する。同じ試験片を使用するので、計測はチームで 1 回行えば良いが、その値をチーム全員の記録用紙に記載すること。

#### 3. 3. 2 アルミ試験片について、たわみの形状をダイヤルゲージで計測する。

1) 記録用紙の 4. たわみ(mm) の計測表で、アルミ幅広の欄に、錘の質量と罫書き線の距離を、それぞれ 2. 計測条件、3. 試験片寸法表から転記する。

- 2) 試験片の基点が支持点に一致するように、アルミ試験片を幅広の辺が支持される向きに両端支持台に載せる。
  - 3) 2. 計測条件で指定された位置におもり受けを載せる。
  - 4) マグネットベースに取り付けたダイヤルゲージの読みが、各罫書き線の位置で、0mm 以上、1mm 未満となるようにダイヤルゲージの高さを調節し、固定する。一度調節した後は、マグネットベースを移動させ、ダイヤルゲージの計測軸を調節するだけで、ダイヤルゲージを固定している部分に触らないようにする。
  - 5) 3) の状態で、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測し、錘なしの欄に記入する。
  - 6) おもり受けに錘2を載せ、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測し、錘2の欄に記入する。
  - 7) おもり受けに錘3を載せて、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測し、錘3の欄に記入する。
  - 8) 6) の計測結果から5) の計測結果を差引いた値が錘2によるたわみとなる。
  - 9) 7) の計測結果から5) の計測結果を差引いた値が錘3によるたわみとなる。
3. 3. 3 アルミ試験片の断面の方向を変えて、たわみの形状を計測する。
- 1) 記録用紙の4.たわみ(mm)の計測表で、アルミ縦長の欄に、錘の質量と罫書き線の距離を、それぞれ2.計測条件、3. 試験片寸法表から転記する。
  - 2) 罫書き線が支持点に一致するように、アルミ試験片を狭い辺が支持されるように両端支持台に載せる。
  - 3) 指定された位置におもり受けを載せる。
  - 4) マグネットベースに取り付けたダイヤルゲージの読みが、各罫書き線の位置で、0mm 以上、1mm 未満となるようにダイヤルゲージの高さを調節する。
  - 5) 3) の状態で、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測、錘なしの欄に記入する。
  - 6) おもり受けに錘3を載せて、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測、錘3の欄に記入する。
  - 7) 6) の計測結果から5) の計測結果を差引いた値が錘3によるたわみとなる。
3. 3. 4 鋼の細い試験片について、たわみの形状を計測する。
- 1) 記録用紙の4.たわみ(mm)の計測表で、鋼幅広の欄に、錘の質量と罫書き線の距離を、それぞれ2.計測条件、3. 試験片寸法表から転記する。
  - 2) 罫書き線が支持点に一致するように、鋼の細い試験片を幅広の辺が支持されるように両端支持台に載せる。
  - 3) 指定された位置におもり受けを載せる。
  - 4) マグネットベースに取り付けたダイヤルゲージの読みが、各罫書き線の位置で、0mm 以上、1mm 未満となるようにダイヤルゲージの高さを調節する。
  - 5) 3) の状態で、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線の位置の変位を計測、

錘なしの欄に記入する。

- 6) おもり受けに錘3を載せて、錘を載せた位置を除く、試験片の全罫書き線的位置の変位を計測、錘3の欄に記入する。
- 7) 6)の計測結果から5)の計測結果を差引いた値が錘3によるたわみとなる。

### 3. 4 実験結果の整理

#### 3. 4. 1 全体

実験終了後、記録用紙の1. から4. までの欄がすべて記載されていることを確認する。

5. 材料力学によるたわみの計算表は、x座標にそれぞれの試験片で計測した罫書き線の距離を3. 試験片寸法から転記し、3. 2. 3節で説明したたわみの計算式を使って、それぞれの罫書き線的位置でのたわみの値を計算し、該当する欄に記載する。

6. 錘の質量と最大たわみでは、錘の質量を、2. 計測条件から転記し、それぞれの試験片で計測された最大たわみの値を該当する欄に記載する。

なお、グラフの作成のために、Excel を使用するので、記録用紙と同じ様式を Excel で作成し、作成した表のデータを元にグラフを作成すると便利である。

#### 3. 4. 2 たわみ形状の確認

錘3を載せたときのアルミ幅広、アルミ縦長、鋼幅広のたわみ形状を確認する。すでに応力の分布形状については、第2章で調べているので、この結果と比較して、たわみの分布形状が、応力の分布形状と同じなのか、異なるのかについて確認する。

たわみの形状は、記録用紙の4. たわみの計測表に記載されているので、上記3組のデータを元に、図3-5に示すグラフを作成する。

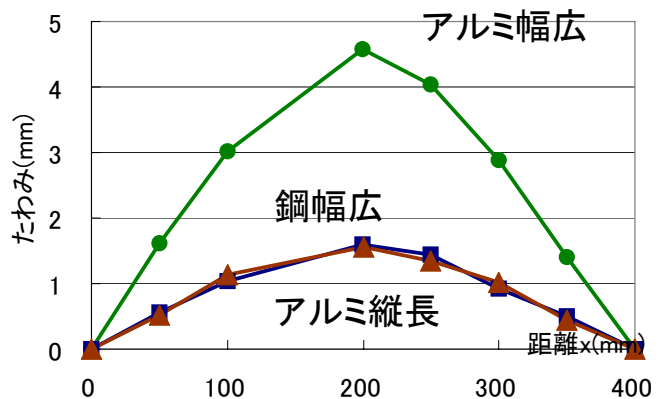


図3-5 たわみ形状の確認のグラフ

#### 3. 4. 3 荷重の増加と最大たわみの増加の確認

アルミ幅広の試験片に錘2、錘3を載せたときのたわみの分布形状の違いを確認する。このために、記録用紙の4. たわみの計測表に記載されている上記2組のデータを元に、図3-6に示すグラフを作成する。

これらの錘の質量  $\times$  重力の加速度 = 荷重となるので、錘の質量と最大たわみとの関係を記録用紙の6. 錘の質量と最大たわみに記載されているデータを元に、

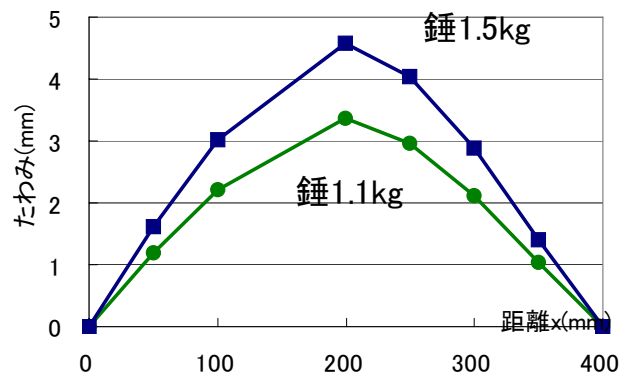


図3-6 質量とたわみ形状の確認

図3-7に示すグラフを作成する。

3. 4. 4 はりの材料の違いによるたわみへの影響

3. 4. 2で作図した図3-5に相当するグラフから、断面寸法が等しいアルミと鋼の2つの試験片について、たわみ量が大きく異なることが分かった。

3. 2. 3節で説明するたわみの計算式によれば、たわみの大きさ  $y$  は記録用紙の1. 材料物性表に示されている材料の縦弾性係数に反比例することが分かる。そこで、記録用紙の6. 錘の質量と最大たわみに記載されているデータを元に、錘3を載せたときの縦弾性係数と最大たわみの関係を図3-8に示すように表し、最大たわみが、材料の縦弾性係数によってどのように変化するかを確認する。

3. 4. 5 同じ断面積をもつはりの断面の方向によるたわみへの影響

3. 4. 2で作図した図3-5に相当するグラフから、断面寸法が等しいアルミの試験片について、断面の方向を変えるとたわみ量が大きく異なることが分かった。

3. 2. 3節で説明するたわみの計算式によれば、たわみの大きさ  $y$  は断面寸法から求められる断面2次モーメント  $I$  に反比例することが分かる。そこで、記録用紙の6. 錘の質量と最大たわみに記載されているデータを元に、錘3を載せたときのアルミ幅広とアルミ縦長の断面2次モーメントと最大たわみの関係を図3-9に示すように表し、最大たわみが、断面2次モーメント  $I$  によって、どのように変化するかを確認する。

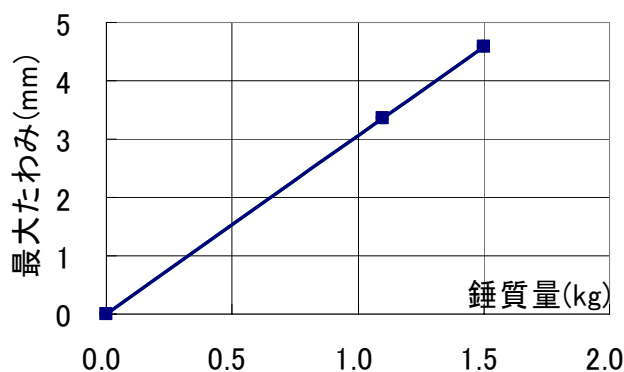


図3-7 錘の質量と最大たわみの関係



図3-8 はりの縦弾性係数と最大たわみの関係

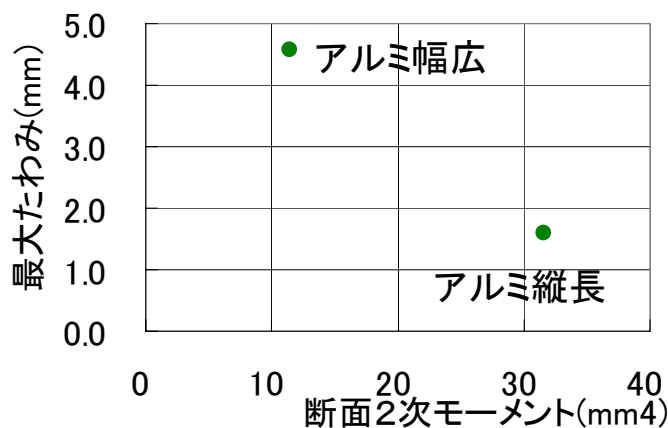


図3-9 はりの断面2次モーメントと最大たわみの関係

#### 4. 実験レポート

以上の実験のレポートを実験終了後 2 週間以内に提出しなさい。  
以下の目次で、ワープロで書くこと。

1. 目的
  2. 内容
    - 2-1 梁に曲げ荷重をかけたときの応力分布の測定
      - 1) 試験片および曲げ荷重負荷方法
      - 2) 試験片の寸法、断面形状の測定
      - 3) 使用ひずみゲージ
      - 4) ひずみ測定方法
      - 5) ひずみ測定値から応力および曲げモーメントを計算する方法
      - 6) 材料力学の公式より曲げモーメント、応力を求める方法
    - 2-2 荷重の大きさ、はりの材料、はりの断面の違いがたわみに及ぼす影響の評価実験
      - 1) 試験片の寸法、断面形状の測定
      - 2) たわみ測定方法
      - 3) 材料力学の公式よりたわみを求める方法
  3. 結果
    - 3-1 梁に曲げ荷重をかけたときの応力分布の測定結果
      - 1) 集中荷重をうける両端支持はりに生じる応力分布の確認
      - 2) 荷重の増加と最大応力の増加の確認
      - 3) 材料力学による応力の分布と実験値の比較
    - 3-2 荷重の大きさ、はりの材料、はりの断面の違いがたわみに及ぼす影響の評価実験
      - 1) たわみの形状の確認
      - 2) 荷重の増加と最大たわみの増加の確認
      - 3) はりの材料の違いによるたわみへの影響
      - 4) 同じ断面積をもつはりの断面の方向によるたわみへの影響
  4. 考察
  5. まとめ  
結果の要約と感想
- 付録 実験計測シート 2 枚

#### 5. 参考文献

- 1) 小山、鈴木「はじめての材料力学」森北出版（講義「基礎材料力学」の教科書）
- 2) 寺沢、松浦「材料力学（上）」海文堂（講義「応用材料力学」の教科書）
- 3) 平修二「現代 材料力学」オーム社（生物理工学部図書館にある）
- 4) デジタルひずみ測定器 TC-31K 取扱説明書、東京測器（高精度加工実験研究室にある）
- 5) 共和電業ひずみゲージ <http://www.kyowa-ei.co.jp/japanese/product/2002-13/13-06.pdf>
- 6) 東京測器ひずみ [http://www.tokyosokki.co.jp/product/strain\\_gauge/index.html](http://www.tokyosokki.co.jp/product/strain_gauge/index.html)

計測して記入する	学籍番号	04-1-34-064
計算して記入する	氏名	生体 一郎
同じ値を記入する		

### 1. 材料物性表

材料	縦弾性係数	ポアソン比
記号	E	$\nu$
鋼	206GPa	0.30
銅	126GPa	0.33
黄銅	98GPa	0.33

### 2. ひずみゲージ

製品	FCA-5-11
材料	Cu-Ni系
ゲージ長	5mm
ゲージ率	2.12

### 3. 荷重負荷条件 (個別設定)

	質量(kg)	支持点からの距離(mm)
錘 1	1.5	120
錘 2	0.7	

### 4 a. 試験片寸法

断面幅	断面高さ	断面係数
mm	mm	mm <sup>3</sup>
17.21	4.45	56.8

### 4 b. ひずみ測定位置 (支持点からの距離)

	罫書き線の距離 x (mm)						
点	0	1	2	3	4	5	エッジ間距離
材料	0mm	40mm	120mm	200mm	240mm	320mm	400mm
黄銅	0	40.1	120.1	200.2	239.8	320.1	400.1

### 5. ひずみの測定値

錘 1	罫書き線の距離 x (mm)						
	0	1	2	3	4	5	エッジ間距離
	0mm	40mm	120mm	200mm	240mm	320mm	400mm
	0	40.1	120.1	200.2	239.8	320.1	400.1
$\varepsilon_1 (\mu)$	0.0	75	200	155	130	65	0.0
$\varepsilon_2 (\mu)$	0.0	-13	-60	-55	-33	-9	0.0
$\sigma_1$ (MPa)	0.0	7.78	19.82	15.05	13.10	6.82	0.0
$\sigma_2$ (MPa)	0.0	1.29	0.66	-0.42	1.09	1.37	0.0
$M_1$ (Nmm)	0	442	1126	855	744	387	0
錘 2							
	0	1	2	3	4	5	エッジ間距離
	0mm	40mm	120mm	200mm	240mm	320mm	400mm
	0	40.1	120.1	200.2	239.8	320.1	400.1
$\varepsilon_1 (\mu)$	0.0	33	94	78	63	32	0.0
$\varepsilon_2 (\mu)$	0.0	-6	-29	-25	-15	-4	0.0
$\sigma_1$ (MPa)	0.0	3.41	9.29	7.67	6.38	3.37	0.0
$\sigma_2$ (MPa)	0.0	0.54	0.22	0.08	0.64	0.72	0.0
$M_1$ (Nmm)	0	194	527	436	363	192	0

### 6. 材料力学による応力 (MPa) の計算表

l (mm)	400.1	a (mm)	120	l-a (mm)	280.1		
錘 1	罫書き線の距離 x (mm)						
	0	1	2	3	4	5	エッジ間距離
	0mm	40mm	120mm	200mm	240mm	320mm	400mm
x (mm)	0	40.1	120.1	200.2	239.8	320.1	400.1
M (Nmm)	0.0	413	1236	881	707	353	0.0
$\sigma_1$ (MPa)	0.0	7.27	21.76	15.52	12.44	6.21	0.0

### 7. 錘の質量と最大応力 (MPa)

	錘なし	錘 1	錘 2
質量kg	0	1.5	0.7
黄銅	0	19.82	9.29

## 1. 材料物性表

	縦弾性係数	ポアソン比
鋼	200GPa	0.3
アルミ	70GPa	0.25

## 2. 計測条件 (個別指定)

	質量(kg)	位置(mm)
錘 1	0.3	150
錘 2	1.1	
錘 3	1.5	

計測して記入する
計算して記入する
同じ値を記入する

## 3. 試験片寸法 (mm) 表

	罫書き線の距離 x (mm)								エッジ間 距離	断面幅 mm	断面高さ mm
	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm			
鋼	0.0	50.1	100.1	150.2	200.1	250.1	300.2	350.1	400.1	5.02	2.98
アルミ	0.0	49.9	100.0	150.0	199.9	250.1	299.9	349.9	400.1	5.01	3.01

## 4. たわみ (mm) の計測表

アルミ幅広		罫書き線の距離 x (mm)								
	錘質量kg x 座標	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm	400mm
		<b>0.0</b>	<b>49.9</b>	<b>100.0</b>	<b>150.0</b>	<b>199.9</b>	<b>250.1</b>	<b>299.9</b>	<b>349.9</b>	<b>400.1</b>
錘なし	0.0	1.22	1.23	1.24		1.27	1.26	1.24	1.23	1.23
錘 1										
錘 2	<b>1.1</b>	1.22	2.42	3.45		4.63	4.22	3.35	2.26	1.23
錘 3	<b>1.5</b>	1.22	2.85	4.26		5.85	5.29	4.12	2.64	1.23
たわみ(差)										
錘 1										
錘 2	<b>1.1</b>	0.00	1.19	2.21		3.36	2.96	2.11	1.03	0.00
錘 3	<b>1.5</b>	0.00	1.62	3.02		4.58	4.03	2.88	1.41	0.00
アルミ縦長		罫書き線の距離 x (mm)								
	錘質量kg x 座標	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm	400mm
		<b>0.0</b>	<b>49.9</b>	<b>100.0</b>	<b>150.0</b>	<b>199.9</b>	<b>250.1</b>	<b>299.9</b>	<b>349.9</b>	<b>400.1</b>
錘なし	0.0	1.32	1.33	1.33		1.34	1.33	1.32	1.33	1.33
錘 3	<b>1.5</b>	1.32	1.88	2.36		2.93	2.78	2.24	1.83	1.33
たわみ(差)										
錘 3	<b>1.5</b>	0.00	0.55	1.03		1.59	1.45	0.92	0.50	0.00
鋼幅広		罫書き線の距離 x (mm)								
	錘質量kg x 座標	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm	400mm
		<b>0.0</b>	<b>50.1</b>	<b>100.1</b>	<b>150.2</b>	<b>200.1</b>	<b>250.1</b>	<b>300.2</b>	<b>350.1</b>	<b>400.1</b>
錘なし	0.0	1.30	1.29	1.30		1.32	1.30	1.29	1.30	1.31
錘 3	<b>1.5</b>	1.30	1.81	2.43		2.87	2.65	2.31	1.75	1.31
たわみ(差)										
錘 3	<b>1.5</b>	0.00	0.52	1.13		1.55	1.35	1.02	0.45	0.00

## 5. 材料力学によるたわみ (mm) の計算表

アルミ幅広		罫書き線の距離 x (mm)								
	錘質量kg x 座標	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm	400mm
		<b>0.0</b>	<b>49.9</b>	<b>100.0</b>	<b>150.0</b>	<b>199.9</b>	<b>250.1</b>	<b>299.9</b>	<b>349.9</b>	<b>400.1</b>
錘 3	<b>1.5</b>	0.00	1.82	3.36	4.33	4.50	3.98	2.95	1.56	0.01
鋼幅広		罫書き線の距離 x (mm)								
	錘質量kg x 座標	0mm	50mm	100mm	150mm	200mm	250mm	300mm	350mm	400mm
		<b>0.0</b>	<b>50.1</b>	<b>100.1</b>	<b>150.2</b>	<b>200.1</b>	<b>250.1</b>	<b>300.2</b>	<b>350.1</b>	<b>400.1</b>
錘 3	<b>1.5</b>	0.00	0.66	1.21	1.56	1.62	1.43	1.06	0.56	0.00

## 6. 錘の質量と最大たわみ (mm)

	錘なし	錘 1	錘 2	錘 3
質量kg	0		<b>1.1</b>	<b>1.5</b>
アルミ幅広	0		<b>3.36</b>	<b>4.58</b>
アルミ縦長	0			<b>1.59</b>
鋼幅広	0			<b>1.55</b>